

Übungen zu Einführung in die Informatik I

Aufgabe 1 Funktionen in OCaml

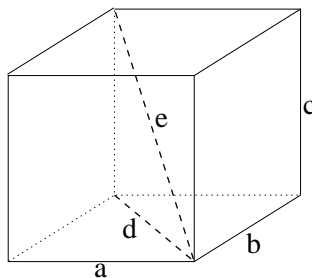
Für die Berechnung sich wiederholender Ausdrücke verwendet man in Programmiersprachen und damit auch in OCaml *Funktionen*.

a) Definition von Funktionen:

- (i) Definieren Sie eine einstellige Funktion `square` die zu einer Zahl x das Quadrat x^2 dieser Zahl zurückgibt. Der Typ von x soll `float` sein. Geben Sie zusätzlich die Signatur der Funktion an.
- (ii) Definieren Sie eine einstellige Funktion `square_root` die zu einer Zahl x die Wurzel dieser Zahl zurückgibt. (**Hinweis:** In OCaml können sie die Wurzel mit `sqrt` berechnen.) Testen Sie ihre Funktion mit einigen Werten.
- (iii) Definieren Sie eine einstellige Funktion `square_id` die zu einer Zahl x die Wurzel des Quadrates $\sqrt{x^2}$ zurückgibt. Verwenden sie hierzu die Funktionen `square` und `square_root`.
- (iv) Definieren Sie eine einstellige Funktion `validate_id` die für eine Zahl x überprüft ob `square_id(x)` den Wert x zurückgibt.

b) Zusammengesetzte Funktionen:

- (i) Definieren Sie nun mit Hilfe der obigen Funktionen eine neue Funktion `diag_r` die zu einem Rechteck mit den Seitenlängen a und b die Länge der Diagonale $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ berechnet. Testen Sie diese Funktion mit einigen Werten.



- (ii) Definieren Sie eine Funktion `diag_q` die zu einem Quader mit den Seitenlängen a , b und c die Raumdiagonale e berechnet. Testen Sie ihre Funktion mit einigen Werten.
 - (iii) Definieren Sie nun mit Hilfe der obigen Funktionen eine neue Funktion `diag_c` die zu einem Würfeln mit der Seitenlänge a die Länge der Raumdiagonale berechnet.
- c) **Partielle Funktionsanwendung:** Nimmt man einen n -stellige Funktion und wendet sie auf ein einzelnes Argument an, so erhält man eine $(n - 1)$ -stellige Funktion. Die Funktion ‘schluckt’ das erste Argument.

- (i) Definieren Sie basierend auf der Funktion `diag_q` von oben eine zweistellige Funktion, die die Raumdiagonale eines Quaders mit der Breite $a = 1$ berechnet.
- (ii) Vergleichen Sie das Ergebnis mit der ursprünglichen Funktion. Vergewissern Sie sich, daß die neue Funktion tatsächlich ein Argument ‘geschluckt’ hat.

Aufgabe 2 **Boolesche Algebra**

Diese Aufgabe behandelt die im Umfeld der booleschen Algebra auftretenden Begriffe der booleschen Funktion, der Wahrheitstafel, der Allgemeingültigkeit, der Implikation und von Gesetzen der booleschen Algebra.

- a) **Boolesche Funktionen:** Wir betrachten die drei zwei-stelligen booleschen Funktionen `xor` (exklusives oder, also „entweder oder“), `nand` (nicht a und b) und `nor` (nicht a oder b). Geben Sie jeweils eine Wahrheitstafel für die Funktionen an. Stellen Sie die Funktionen auch durch Negation „ \neg “, Und-Verknüpfung „ \wedge “ und Oder-Verknüpfung „ \vee “ dar. Zeigen Sie weiterhin, dass durch die `nand`-Funktion die Negation und die Und-Funktion ausgedrückt werden können.
- b) **Erstellung logischer Formeln:** Die folgenden Aussagen sind der Diplomprüfungs- und Studienordnung für Informatiker entnommen. Übertragen Sie diese Aussagen in die Formelsprache der Logik.
 - Ein erfolgreiches Studium der Informatik setzt die Fähigkeit sowohl zu einer mathematisch formalen wie auch zu einer anwendungsbezogenen praktischen Arbeitsweise voraus.
 - Die Fachprüfungen der Diplom-Hauptprüfung können entweder alle vor oder alle nach der Anfertigung der Diplomarbeit absolviert werden. Dabei sind die im § 27 Abs. 7 und 8 der Diplomprüfungsordnung genannten Fristen einzuhalten.
- c) **Implikation:**
 - (i) Formulieren Sie die folgende Implikation unter ausschließlicher Verwendung der Operationen \wedge, \vee, \neg , und stellen Sie die Wahrheitstabelle auf: $(\neg A \wedge \neg B) \Rightarrow \neg C$
 - (ii) Übertragen Sie folgende Sätze in die Formelsprache der Logik:

Ein Informatiker wird eingestellt, wenn er sein Studium entweder an einer Universität oder an einer Fachhochschule erfolgreich (mit Diplom) abgeschlossen hat und außerdem promoviert ist oder einen Auslandsaufenthalt von mindestens 5 Jahren nachweisen kann oder für das Studium weniger als 10 Semester gebraucht hat und nicht älter als 30 Jahre ist.
 - (iii) Formalisieren Sie folgende Anweisung zur Vorgehensweise im Falle des sogenannten Unterschleifs bei Klausuren:

Bedient sich ein Student bei der Anfertigung einer zu benotenden schriftlichen oder praktischen Arbeit unerlaubter Hilfe oder stellt er derartige Hilfsmittel zur Verfügung, so wird die Arbeit abgenommen und sie gilt als nicht bestanden.
- d) Ein boolescher Ausdruck heißt **allgemeingültig** oder **Tautologie**, wenn er für alle Belegungen wahr ist. Dies kann man durch Erstellen einer Wahrheitstafel überprüfen.

Zur Prüfung auf Allgemeingültigkeit ist es allerdings auch möglich, direkt nach einer Belegung zu suchen, für die der Ausdruck nicht erfüllt ist: Man betrachte die äußerste Operation und schlage in deren Wahrheitstafel nach, für welche Werte der Teilausdrücke die Verknüpfung den Wert 0 ergibt. Darauf versucht man für die Teilausdrücke eine Belegung zu finden,

mit der sich dieser Wert erzielen lässt (wieder durch Konsultieren der Wahrheitstafeln der darin befindlichen Operationen). Durch wiederholte Anwendung des Verfahrens erhält man dann entweder eine Belegung, mit der der gesamte Ausdruck nicht erfüllt ist (d.h. er ist keine Tautologie) oder einen Widerspruch bezüglich der Belegung. In diesem Fall handelt es sich um eine Tautologie.

Entscheiden Sie nach beiden Verfahren, ob $(a \wedge (a \Rightarrow b)) \Rightarrow b$ eine Tautologie ist.

Zeigen oder widerlegen Sie, ob die Formel

$$((a \wedge w) \Rightarrow p) \wedge (\neg a \Rightarrow i) \wedge (\neg w \Rightarrow b) \wedge (\neg p) \wedge (e \Rightarrow (\neg i \wedge \neg b)) \Rightarrow \neg e$$

eine Tautologie ist.

Aufgabe 3 (H) Osterberechnung

Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855) entwickelte im Jahre 1800 die so genannte „Osterformel“. Damit lässt sich für jedes Jahr von 1583 bis 8202 der Ostersonntag berechnen. Die Berechnung des Ostersonntags gestaltet sich deswegen kompliziert, da gemäß des 1. Kirchenkonzils im Jahr 325 Ostern stets am ersten Sonntag nach dem ersten Vollmond des Frühlings statt zu finden hat. Da jedoch die Dauer eines Erdjahres und die Dauer eines Mondumlaufes um die Erde in keinem ganzzahligen Verhältnis stehen, kommt man (nach einigem Kopfzerbrechen in Gauß'schem Stil) zu folgendem Algorithmus:

Zwischen der Jahreszahl J sowie den ganzen Zahlen m und n bestehe der durch nebenstehende Tabelle gegebene Zusammenhang. Bezeichnet man nun mit a , b , c , d und e die Reste

J	m	n
1583 - 1699:	22	2
1700 - 1799:	23	3
1800 - 1899:	23	4
1900 - 2099:	24	5
2100 - 2199:	24	6
2200 - 2299:	25	0

$$a = J \bmod 19,$$

$$b = J \bmod 4,$$

$$c = J \bmod 7,$$

$$d = (19a + m) \bmod 30,$$

$$e = (2b + 4c + 6d + n) \bmod 7$$

Dann folgt für den 1. Osterfeiertag:

$$\text{1. Ostersonntag} = \begin{cases} (22 + d + e). \text{ März,} & \text{wenn } (22 + d + e) < 32 \\ (d + e - 9). \text{ April,} & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabenstellung: Implementieren Sie ein geeignetes System von Funktionen und testen Sie den Algorithmus für das aktuelle Jahr. Verwenden Sie zur Darstellung des Datums, die aus der Vorlesung bekannten Datentypen, für Datumswerte.